

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET CHIMIE INDUSTRIELLES

CONCOURS 2003

FILIÈRE **MP** - OPTION SCIENCES INDUSTRIELLES
FILIÈRE **PC**

ÉPREUVE FACULTATIVE D'INFORMATIQUE

(Durée : 2 heures)

L'utilisation des calculatrices **n'est pas autorisée** pour cette épreuve.
Le langage de programmation choisi par le candidat doit être spécifié en tête de la copie.

Avertissement On attachera une grande importance à la clarté, à la précision, à la concision de la rédaction.

L'enclos du robot

Frontière Sud-Ouest

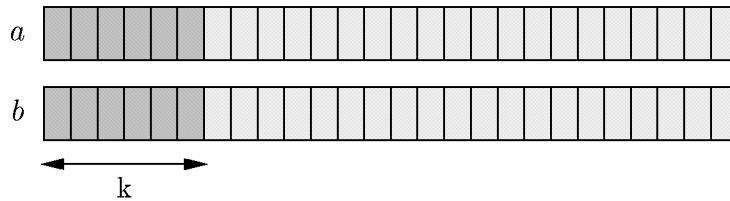
Un robot rend visite à n points P_i ($0 \leq i < n$) de coordonnées (a_i, b_i) ($a_i \in \mathbf{N}, b_i \in \mathbf{N}, n \geq 0$). Le robot ne fait que des déplacements parallèles à l'axe des abscisses ou à l'axe des ordonnées. Ses déplacements sont toujours de longueur minimale entre deux points. Toutefois le robot n'est pas très fiable. On veut délimiter l'espace minimal nécessaire pour ses déplacements en tendant une ficelle autour du périmètre strictement nécessaire pour les déplacements du robot.

L'*intérieur Manhattan* des n points est l'ensemble des points de coordonnées (x, y) vérifiant les quatre conditions suivantes :

- | | |
|---|--------------|
| $\exists i. 0 \leq i < n$ et $a_i \leq x$ et $b_i \leq y$ | (sud-ouest) |
| $\exists i. 0 \leq i < n$ et $a_i \geq x$ et $b_i \leq y$ | (sud-est) |
| $\exists i. 0 \leq i < n$ et $a_i \geq x$ et $b_i \geq y$ | (nord-est) |
| $\exists i. 0 \leq i < n$ et $a_i \leq x$ et $b_i \geq y$ | (nord-ouest) |

L'enveloppe Manhattan est un polygone dont l'intérieur est l'intérieur Manhattan de ces n points. Par exemple sur les 20 points de la figure suivante, c'est le polygone suivant :

points de coordonnées a_i et b_i . On modifiera les tableaux a et b pour qu'ils contiennent dans leur k premières places les coordonnées des points définissant la partie sud-ouest de l'enveloppe, rangées en ordre d'abscisses croissantes.



Après avoir exécuté la fonction précédente, on suppose qu'une fonction range dans deux tableaux aSO , bSO les coordonnées des points précédemment trouvés, qui définissent la partie sud-ouest. Une variable globale nSO a pour valeur le nombre de ces points.

Tracé de l'enveloppe

Les points définissant la partie nord-ouest de l'enveloppe sont les points P_i tels que $a_j \leq a_i$ et $b_j \geq b_i$ implique $a_j = a_i$ et $b_j = b_i$ pour tout j ($0 \leq j < n$).

Question 5 Donner les points définissant la partie nord-ouest de l'enveloppe sur l'exemple. Modifier la fonction précédente pour obtenir la fonction *frontiereNO* correspondante pour la partie nord-ouest de l'enveloppe.

Question 6 Écrire également les fonctions *frontiereSE* et *frontiereNE* correspondant aux parties sud-est et nord-est.

On suppose à présent que les coordonnées des points précédemment trouvés, qui définissent les parties sud-ouest, nord-ouest, sud-est et nord-est, sont rangées respectivement dans des tableaux aSO , bSO , aNO , bNO , aSE , bSE , aNE , bNE , et toujours classées par ordre d'abscisses croissantes. Soient nSO , nNO , nSE , nNE les nombres de ces points. On suppose également qu'il existe deux fonctions graphiques *moveTo* et *lineTo* telles que :

- *moveTo*(x,y) déplace le point courant au point (x,y),
- *lineTo*(x,y) trace un segment du point courant jusqu'au point (x,y). Après le tracé, le point courant devient le point de coordonnées (x,y).

Question 7 Écrire une fonction qui dessine l'enveloppe Manhattan. (Cette fonction utilise les 12 variables globales aSO , bSO , aNO , bNO , aSE , bSE , aNE , bNE , nSO , nNO , nSE , nNE .)

Question 8 L'enveloppe peut-elle produire un polygone croisé ? Si oui, donner une piste pour résoudre ou éviter ce problème. $O(1)$ opérations.

* *
*