COMPOSITION D'INFORMATIQUE

Epreuve 0

18 Juin 2000

Avertissement On attachera une grande importance à la clarté, à la précision, à la concision de la rédaction. On écrira les programmes dans le langage de son choix en le précisant bien au début de la copie.

Partie I

Une entreprise de n employés veut récompenser ses k meilleurs vendeurs. Chaque employé désigné par son numéro de badge i $(0 \leq i < n)$ a réalisé le chiffre de vente a_i au cours de l'année 1999 qui vient de s'écouler. Il s'agit de trouver les k plus grosses ventes pour 1999. On suppose que, pour tout i, la quantité a_i est un entier naturel ($a_i \in \mathbf{N}$), et que les valeurs a_i sont rangées dans un tableau a de n éléments.

Question 1 Ecrire une fonction qui retourne comme résultat la meilleure vente pour l'année 1999.

On fait l'hypothèse que la distribution des chiffres de vente est relativement uniforme. Pour trouver les k meilleurs vendeurs, une bonne approximation du seuil de vente à dépasser consiste à calculer le barycentre entre le minimum m et le maximum M des a_i $(0 \leq i < n)$ avec les poids respectifs $(n-k)$ et k.

Question 2 Ecrire une fonction qui retourne comme résultat ce barycentre.

Question 3 Ce résultat peut ne pas délimiter les k meilleures ventes. Donner un exemple de tableau de ventes a où ce n'est pas le cas.

Partie II

On traite maintenant le cas général, en ne faisant aucune hypothèse sur la répartition des ventes. Néanmoins on supposera que tous les a_i sont distincts.

Question 4 A partir du calcul de la meilleure vente, écrire une fonction qui retourne comme résultat la k-ième meilleure vente. (On évitera d'utiliser trop d'espace-mémoire annexe en se contentant de réordonner une partie du tableau a).

Question 5 Donner une estimation du nombre de comparaisons effectuées par la fonction précédente.

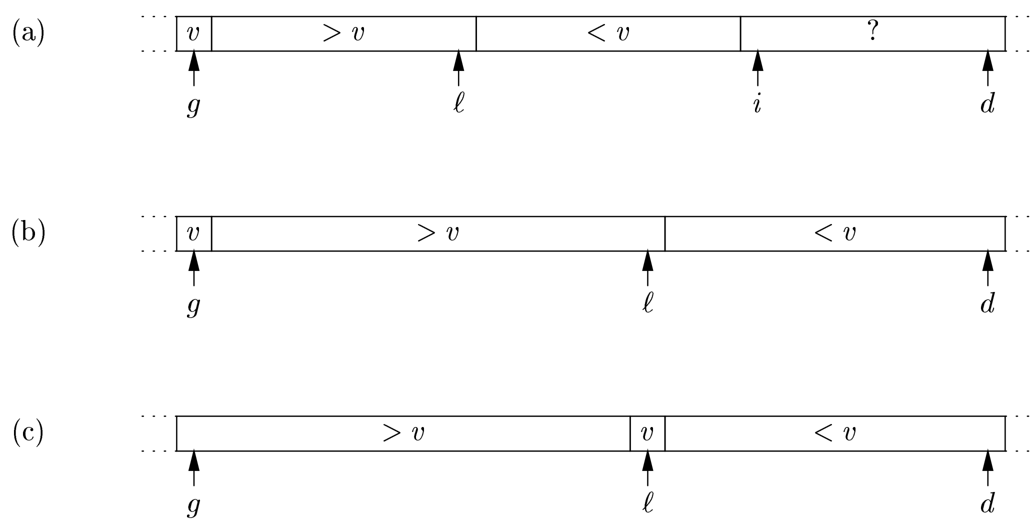
Partie III

Le nombre d'employés n étant particulièrement grand, on cherche à optimiser le calcul des k meilleurs vendeurs, en faisant toujours l'hypothèse que tous les a_i sont distincts dans le tableau de ventes a.

On procède comme suit: on choisit un employé i au hasard; soit v son chiffre de vente ($v = a_i$); on essaie de mettre cet employé à sa place ℓ dans l'ordre des ventes, en réordonnant le tableau a de telle manière que $a_j > v$ pour $j < \ell$ et $a_j < v$ pour $j > \ell$; si $k = \ell$ on a terminé, sinon on recommence à chercher le k-ième à gauche ou à droite de ℓ dans le tableau a.

Pour démarrer l'algorithme, au lieu de choisir un employé au hasard, on prend celui de numéro de badge 0 (donc $i = 0$) et on considérera son chiffre de vente a_0.

Question 6 Soit $v = a_g$. Ecrire une fonction qui réordonne le tableau a entre les indices g et d de telle sorte que $a_j > v$ pour $g \leq j < \ell$ et $a_j < v$ pour $\ell < j \leq d$. Pour faire ce calcul, on fera évoluer le tableau a selon trois phases: (a) le tableau a est divisé en trois zones avec les éléments plus grands que v, les éléments plus petits que v, et les éléments non encore classés; (b) tous les éléments sont classés par rapport à v; (c) on échange a_g et a_ℓ. La fonction à écrire retournera l'emplacement ℓ de v.



Question 7 Ecrire une fonction qui retourne la k-ième meilleure vente en se servant de la fonction de la question précédente.

Question 8 Expliquer pourquoi cette fonction peut faire souvent moins de comparaisons que celle de la partie II.