

Types (semi-)numériques

Qu'est-ce qu'un nombre pour *Maple* ? Comme en maths, cette notion se subdivise en plusieurs catégories.

Les correspondances ne sont pas parfaites et il vaut mieux garder à l'esprit quelques différences.

I. Vue d'ensemble

Le tableau ci-dessous récapitule ce qui peut être appelé nombre en *Maple* ⁽¹⁾.

données	exemple	whattype	type(? , ...)		
entiers	2	integer	rational	numeric	realcons
fractions	3/4	fraction			
décimaux	3.1416	float			
expressions	exp(2)	function			
	Pi + ln(2)	'+', '*', '^', '.'			
complexes	2+3*I, sqrt(-1)		complex { (...) }		

Maple associe à chaque donnée un *type de base*. C'est ce qu'on obtient comme réponse à **whattype(donnée)**.

Mais on peut aussi tester une donnée par rapport à un *type dérivé*² par **type(donnée, type_dérivé)** (qui retourne *true* ou *false*).

II. Entiers

Le type *Maple* de base **integer** correspond à l'ensemble des entiers relatifs (\mathbb{Z}) ⁽³⁾.

Citons quelques fonctions utiles portant sur les entiers :

- **length(n)** donne le nombre de chiffres de l'entier **n**.
- le quotient de la division euclidienne de **a** par **b** se note **iquo(a,b)** ;
- le reste de la division euclidienne de **a** par **b** se note **irem(x,y)** ⁽⁴⁾ ;
- la factorielle de l'entier **n** se note **n!** ⁽⁵⁾ ;
- la parité (*resp.* l'imparité) de l'entier **n** peut être testée avec **type(n,even)** (*resp.* **type(n,odd)**).

¹ D'une manière générale, tout ce que *Maple* peut approximer (avec **evalf**).

² Un type dérivé n'est *jamais* le résultat de la commande **whattype**.

³ *Maple* n'implémente pas la notion d'*entier naturel*. On peut la tester en vérifiant le type **integer** et le signe.

⁴ *Maple* ignore les notations **div** et **mod**, pourtant classiques.

⁵ Cette disposition constitue ainsi une dérogation à la syntaxe classique des fonctions en *Maple*.

III. Fractions

Il s'agit des *rationnels non entiers*, car le type de base d'une donnée doit être *unique* et une fraction telle que $6/3$ est automatiquement simplifiée à 2⁽⁶⁾.

Ceci explique la nécessité du type dérivé **rational**.

On obtient le numérateur d'une fraction avec **numer(r)** ou la syntaxe plus générale⁶ **op(1,r)**.
On obtient son dénominateur avec **denom(r)** ou **op(2,r)**.

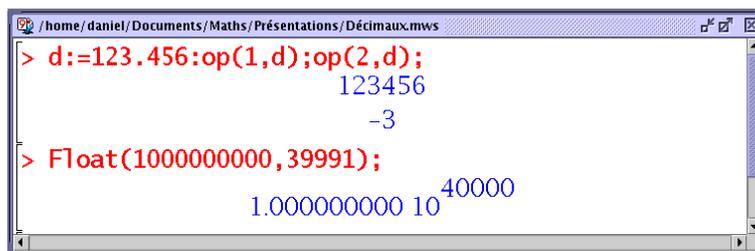
IV. Décimaux

Le type **float** correspond assez bien aux nombre décimaux mathématiques (ensemble **D**). Toutefois, on se gardera de confondre **2** (qui n'est pas un **float**) avec **2.0** (qui en est un).

Typiquement, un **float** est le résultat d'une approximation numérique (**evalf**).

Un tel décimal d s'écrit de manière unique $(-)^a \cdot 10^b$ avec a, b entiers et b maximal.

a est la *mantisse* de d qui s'obtient avec **op(1,d)** ;
 a est la *mantisse* de d qui s'obtient avec **op(2,d)** .



```

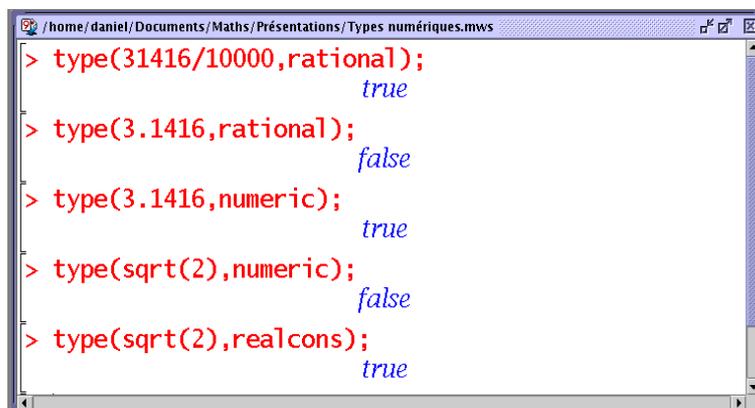
/home/daniel/Documents/Maths/Présentations/Décimaux.mws
> d:=123.456:op(1,d);op(2,d);
                                123456
                                -3
> Float(1000000000,39991);
                                1.000000000 1040000

```

Maple conserve, pour des raisons de compatibilité, la notation désuète **Float(a,b)** (correspondant à $a \cdot 10^b$).

V. Tests de type

Dans les procédures où l'on a besoin de savoir à quel type de donnée on a affaire, l'instruction **type(...)** est utile :



```

/home/daniel/Documents/Maths/Présentations/Types numériques.mws
> type(31416/10000,rational);
                                true
> type(3.1416,rational);
                                false
> type(3.1416,numeric);
                                true
> type(sqrt(2),numeric);
                                false
> type(sqrt(2),realcons);
                                true

```

VI. Expressions algébriques

Le type dérivé **realcons** englobe tout ce que *Maple* est capable d'approximer numériquement.

⁶ Voir le poly. "Expressions".

expression	whattype(...)
sqrt(2)	'^'
Pi + ln(2)	'+'
exp(-1)	<i>function</i>
Pi	<i>string</i>
type(... , realcons)	<i>true</i>

Dans ce cas, le résultat de la commande **whattype** est parfois explicite, parfois surprenant. On se reportera au poly. "Expressions" pour plus de détails.

Attention ! Les données de ce type **ne réagissent pas** à la relation d'ordre. Il faut les approximer avec **evalf** avant de pouvoir les faire figurer dans des tests.

```

/home/daniel/Documents/Maths/Présentations/evalf et symboles.mws
> evalb(Pi > 3);
                                     -π < -3
> evalb(evalf(Pi) > 3);
                                     true
>

```

VII. Complexes

Le type **complex** n'est pas un type de base, mais un type dérivé.

complexe	whattype(...)
sqrt(-1)	'^'
3 + 4 * I	'+'
exp(2 * I * Pi / 3)	<i>function</i>
type(... , complex)	<i>true</i>

Les principales fonctions que l'on peut avoir à calculer en un complexe **z** sont :

- la partie réelle : **Re(z)** ou **op(1,z)** ;
- la partie imaginaire : **Im(z)** ou **op(2,z)** ;
- le module : **abs(z)** ;
- l'argument principal (dans $]-\pi, \pi]$) : **argument(z)**.

Mentionnons également la commande **evalc** qui force *Maple* à séparer les parties réelles et imaginaires. Ce n'est pas fait systématiquement. Il est donc judicieux de l'utiliser avant **Re** ou **Im** :

```

/home/daniel/Documents/Maths/Présentations/Complexes.mws
> z:=(1+I)/(1-sqrt(2)*I):a:=Re(z);
      a :=  $\Re\left(\frac{1+I}{1-I\sqrt{2}}\right)$ 
> evalc(a);
       $\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{2}$ 

```

Enfin, on peut tester avec **complex(sous_type)** si un complexe donné présente des parties réelle et imaginaire d'un type particulier.

Là encore, on se rappellera que *Maple* n'effectue pas automatiquement toutes les réductions :

```

/home/daniel/Documents/Maths/Présentations/Complexes (suite).mws
> z:=(1+I*(sqrt(2)+1))^3*(1-I*(sqrt(2)-1))^3;
z1:=expand(z);
      z :=  $(1 + I(\sqrt{2} + 1))^3 (1 - I(\sqrt{2} - 1))^3$ 
      z1 :=  $-16 + 16 I$ 
> type(z,complex(integer));
      false
> type(z1,complex(integer));
      true

```