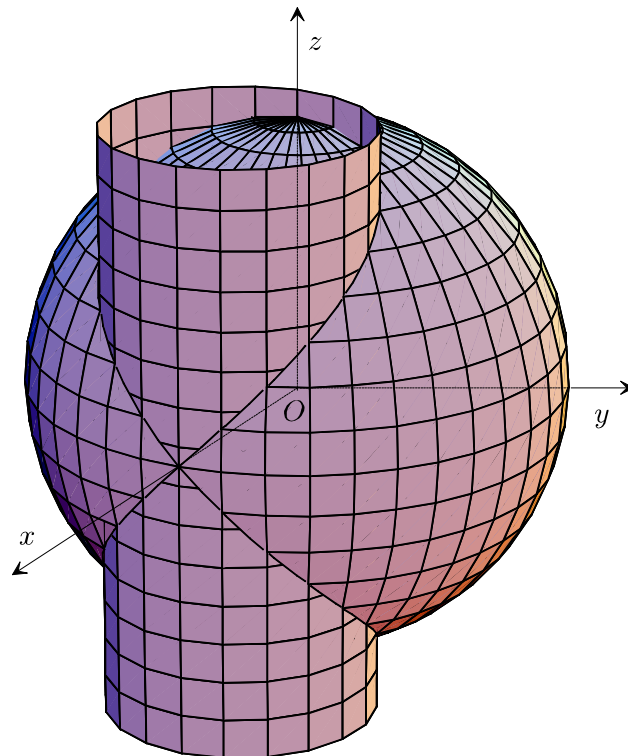


Fenêtre de VIVIANI



La *fenêtre de VIVIANI* \mathcal{V} est la courbe intersection d'une sphère $\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ de rayon a et d'un cylindre $\mathcal{C} : x^2 - ax + y^2 = 0$ de rayon $\frac{a}{2}$ et tangent intérieurement à la sphère \mathcal{S} .

- Déterminer un *paramétrage*¹ de la fenêtre de Viviani \mathcal{V} .
- Etudier et représenter graphiquement les trois *projections* de \mathcal{V} sur les plans xOy , xOz , yOz . (L'un des résultats est évident ; lequel ?)
- Calculer la *longueur*¹ de la fenêtre de Viviani (l'intégrale obtenue ne peut être explicitée à l'aide des fonctions usuelles ; on en déterminera une valeur numérique approchée à l'aide d'une machine à calculer).
[réponse : $4a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \cos^2 \theta} d\theta \simeq 7,64 a$.]
- Calculer le *volume*¹ délimité par l'intersection de la sphère \mathcal{S} et du cylindre \mathcal{C} . A quel volume connu peut-on comparer ce dernier résultat à titre de vérification ?
[réponse : $\frac{6\pi-8}{9} a^3 \simeq 1,21 a^3$.]
- Calculer l'*aire* de la portion Σ de \mathcal{S} délimitée par la fenêtre de Viviani \mathcal{V} . (On commencera par paramétrer² le domaine Σ).
[réponse : $(2\pi - 4) a^2 \simeq 2,28 a^2$.]

¹coordonnées cylindriques suggérées.

²coordonnées sphériques suggérées.